



Heladería Ycoden, SA

PLB y Análisis de Sensibilidad

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Nombre	Descripción	Tipo PLB-PCE	Base	Informe	Modelo
Heladería Ycoden SA	Maximización del Beneficio y Cuestiones	PL Básica	Cuestiones	SI	Producción

1.1 Enunciado

Heladería Ycoden SA, produce tres variedades de helados artesanales de Crema, Fruta y Chocolate. Por motivos ajenos a su voluntad, la empresa tiene problemas de abastecimiento en los ingredientes básicos: leche, azúcar y crema. Esta situación hace que la empresa no pueda cumplir con todos los pedidos recibidos desde los locales de venta al público, y tenga que seleccionar la cantidad a producir de cada producto en función de maximizar su ganancia total teniendo en cuenta las restricciones en la disponibilidad de cada uno de los ingredientes básicos.

Los helados de Crema, Fruta y Chocolate generan un margen comercial variable unitario de 0.50 €, 0.50 € y 0.70 € por litro vendido respectivamente. La empresa dispone en inventario de 200 litros de leche, 150 Kg. de azúcar y 60 Lts. de crema diaria.

La Tabla siguiente indica la utilización de los recursos por unidad de cada producto.

Variedad Helados

Ingredientes	Crema	Fruta	Chocolate
Leche (Lt)	0,45 Lt	0,50 Lt	0,40 Lt
Azúcar (kg)	0,50 kg	0,40 kg	0,40 kg
Crema (Lt)	0,10 Lt	0,15 Lt	0,20 Lt
Mar. Comercial	0,50 €/Lt	0,50 €/Lt	0,75 €/Lt

Se pide:

La empresa quiere maximizar el margen comercial lo cual implica definir el plan óptimo de producción diario. Se pide además dar respuesta a las siguientes cuestiones:

1. Formulación algebraica del problema.
2. Obtener los informes del solver y dar respuesta a las siguientes cuestiones:
 - 2.1. Suponga que el margen comercial unitario del helado de chocolate se incrementa a 0.99 €. ¿En qué cambia la Solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? ¿Y cual sería su respuesta si la ganancia por litro del helado de chocolate se reduce a 0.50 €?
 - 2.2. Por un error de coordinación se han producido 10 Litros de Helado de Fruta. ¿Cuál es el impacto de esta decisión sobre las ganancias totales de la empresa?
 - 2.3. Suponga que se detectan 3 Litros de crema agrios que deben ser descartados. ¿En qué cambia la Solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? Justificar
 - 2.4. Suponga que la empresa tiene la opción de comprar 50 Kilos adicionales de azúcar por un coste total de 20 € ¿Qué le recomendaría al Gerente de la empresa? Justificar.

1.2 Formulación algebraica del problema y solución gráfica

$$\text{Max } Z = 0.5 x_1 + 0.5 x_2 + 0.75 x_3$$

s.r.

$$0.45 x_1 + 0.50 x_2 + 0.40 x_3 \leq 200$$

$$0.50 x_1 + 0.40 x_2 + 0.40 x_3 \leq 150$$

$$0.10 x_1 + 0.15 x_2 + 0.20 x_3 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1.3 Planteamiento y Resolución en Excel

1.3.1 Identificación y definición de las Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells).

A continuación vamos a definir el problema en términos económico financiero sobre la base de una hoja de calculo diseñando la misma (programando las celdas) y especificando en primer lugar las **Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells)**.

En nuestro caso (ver Ilustración 1) será el rango B28:D28, es decir la cantidad de litros de helado a producir de cada variedad. Se pueden especificar hasta 200 variables de decisión.

	A	B	C	D	E	F
23	Variables de Decisión	Función Objetivo				
24	Planteamiento del Problema					
25	Planificación Diaria de la Producción					
26						
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total	
28	Producción				0,00 Lt	
29	Leche (Lt)	0,00 Lt	0,00 Lt	0,00 Lt	0,00 Lt	
30	Azúcar (kg)	0,00 kg	0,00 kg	0,00 kg	0,00 kg	
31	Crema (Lt)	0,00 Lt	0,00 Lt	0,00 Lt	0,00 Lt	
32	M.Comercial	0,00 €	0,00 €	0,00 €	0,00 €	
33						
34	Restricciones					
35	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
36	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					Holgura (Slack)
37		Uso	Niveles de restricciones -			
38	Restricciones	Consumo	Disponibilidad	RHS (Right Hand Side)		
39	Leche (Lt)	0,00 Lt	<=	200,00 Lt	E29	200,0 hr
40	Azúcar (kg)	0,00 kg	<=	150,00 Lt	E30	150,0 hr
41	Crema (Lt)	0,00 Lt	<=	60,00 Lt	E31	60,0 hr

Ilustración 1

1.3.2 Definición y programación de las restricciones, RHS (Right Hand Side)

Una vez programa las celdas principales es conveniente especificar las **Restricciones (Constraints Cells)**. Las restricciones deben caer dentro de ciertos límites o satisfacer los valores objetivos (ver Ilustración 1).

En nuestro caso contamos con tres restricciones, relacionadas con la limitación o disponibilidad de materia prima como se ha señalado:

- Restricción de disponibilidad de leche
- Restricción de disponibilidad de azúcare
- Restricción de disponibilidad de crema

En el lenguaje de la Programación Lineal a esta disponibilidad se le denomina con las letras **RHS** (iniciales de Right Hand Side), lado derecho de la desigualdad, es decir D39, D40 y D41 respectivamente para cada uno de los recursos, celdas con fondo rojo.

1.3.3 Definición y programación de la celda objetivo

Finalmente debemos identificar la celda objetivo, en nuestro caso será E32, es decir la que nos genera mayor margen comercial total diario y por tanto pretendemos maximizar.

Tomando en consideración la formulación algebraica del problema así como el diseño de la hoja de cálculo y programación de las celdas, pasamos a continuación a programar los parámetros del Solver y que nos permitirá alcanzar nuestro objetivo.

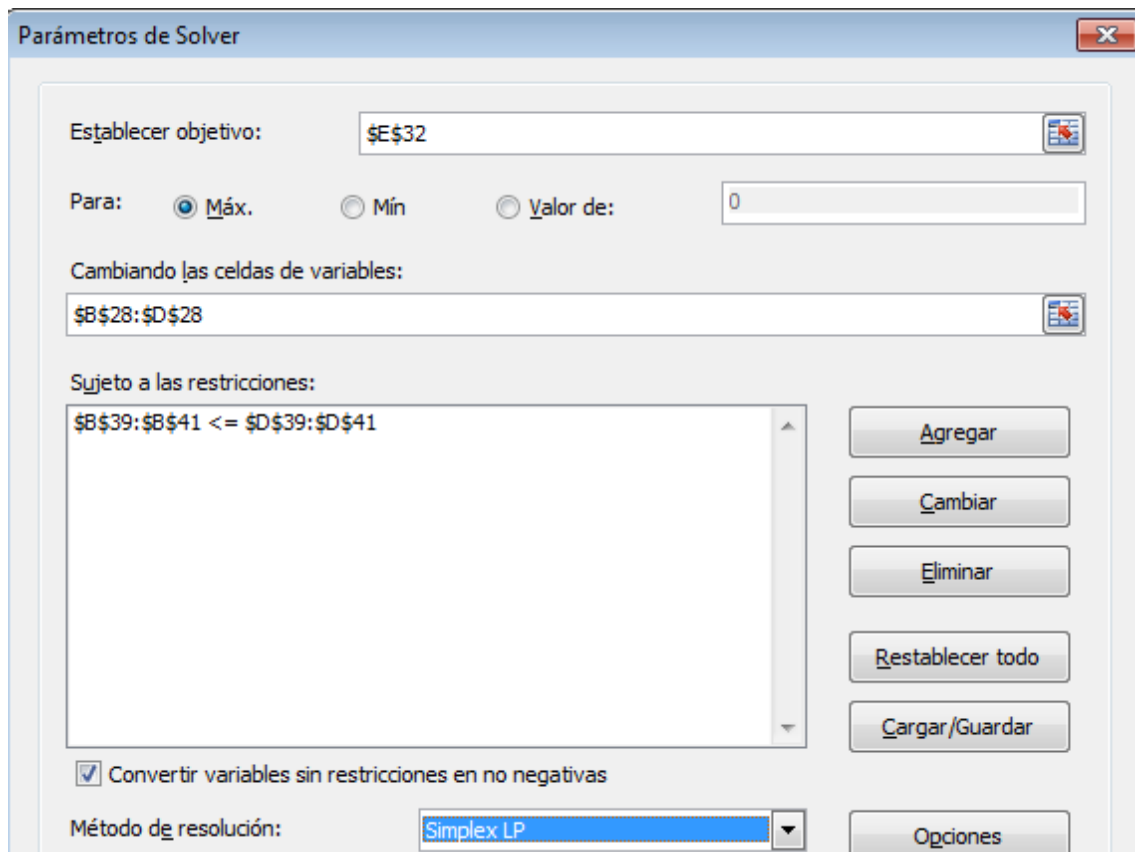


Ilustración 2

En este apartado debemos tomar en consideración el especificar las Restricciones de No negatividad para asegurarse que las celdas cambiantes adopten solo valores no negativos, es decir ≥ 0 . Esta condición tiene su razón de ser pues no se concibe la producción de cantidades negativas de producto.

Resolviendo el problema con Solver, la solución propuesta es la siguiente:

	A	B	C	D	E	F
23	Variables de Decisión		Función Objetivo			
24	Planteamiento del Problema					
25	Planificación Diaria de la Producción					
26						
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total	
28	Producción	100,00 Lt	0,00 Lt	250,00 Lt	350,00 Lt	
29	Leche (Lt)	45,00 Lt	0,00 Lt	100,00 Lt	145,00 Lt	
30	Azúcar (kg)	50,00 kg	0,00 kg	100,00 kg	150,00 kg	
31	Crema (Lt)	10,00 Lt	0,00 Lt	50,00 Lt	60,00 Lt	
32	M.Comercial	50,00 €	0,00 €	187,50 €	237,50 €	
33						
34	Restricciones					
35	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
36	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					Holgura (Slack)
37	Restricciones	Uso	Niveles de restricciones - Disponibilidad			
38		Consumo	RHS (Right Hand Side)			
39	Leche (Lt)	145,00 Lt	<=	200,00 Lt	E29	55,0 hr
40	Azúcar (kg)	150,00 kg	<=	150,00 Lt	E30	0,0 hr
41	Crema (Lt)	60,00 Lt	<=	60,00 Lt	E31	0,0 hr

Ilustración 3

Si no ha cometido errores, Solver ha encontrado los valores óptimos de las variables controlables, y, por tanto, en las celdas B28 y D28.

1.4 Análisis de sensibilidad, el informe confidencialidad y respuesta a las cuestiones planteadas

	A	B	C	D	E	F	G	H
6	Celdas de variables							
7				Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible
8	Celda	Nombre		Valor	Coste	Coefficiente	Aumentar	Reducir
9	\$B\$28	Producción Crema		100		0,5	0,4375	0,125
10	\$C\$28	Producción Fruta		0	-0,104166667	0,5	0,104166667	1E+30
11	\$D\$28	Producción Chocolate		250		0,75	0,25	0,178571429
12								
13	Restricciones							
14				Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible
15	Celda	Nombre		Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir
16	\$B\$39	Leche (Lt) Uso Consumo		145		200	1E+30	55
17	\$B\$40	Azúcar (kg) Uso Consumo		150	0,416666667	150	66	30
18	\$B\$41	Crema (Lt) Uso Consumo		60	2,916666667	60	15	30
19								

Ilustración 4

Suponga que el margen comercial unitario del helado de chocolate se incrementa a 0,99 €. ¿En qué cambia la Solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? Sigue siendo válida la solución óptima de producir 250 litros de Helado de Chocolate

El rango o intervalo en que puede cambiar el margen comercial bruto del litro de helado de chocolate sin que afecte a la solución óptima propuesta de producir 250 litros es

entre $(0,75 - 0,1785) \geq 0,5714 \text{ €/li}$ y $(0,75+0,25) < 1\text{€/li}$, es decir la variación del intervalo sería: $[0,58 \text{ €/li} ; 1,00 \text{ €/li}]$

Por tanto si el margen de bruto del helado de chocolate se mueve en ese intervalo y las demás condiciones permanecen constantes (precios del resto de helados y restricciones), la cantidad de helado a producir seguirá siendo de 250 litros diarios y por tanto no afectara al óptimo. Sin embargo, la ganancia total de la empresa cambiara con la variación del precio evidentemente, pero la cantidad a producir será la misma donde se alcance el óptimo.

Así por ejemplo, si cambiamos el precio del helado de chocolate a 0,6 €/litro, el valor estará en el intervalo admitido y por tanto la cantidad a producir de esa variedad de helado seguirá siendo la misma para alcanzar el optimo, pero evidentemente la ganancia diaria de la empresa cambiara tal y como se observa en la Ilustración 5.

	A	B	C	D	E
23	Variables de Decisión		Función Objetivo		
24	Planteamiento del Problema				
25	Planificación Diaria de la Producción				
26					
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total
28	Producción	100,00 Lt	0,00 Lt	250,00 Lt	350,00 Lt
29	Leche (Lt)	45,00 Lt	0,00 Lt	100,00 Lt	145,00 Lt
30	Azúcar (kg)	50,00 kg	0,00 kg	100,00 kg	150,00 kg
31	Crema (Lt)	10,00 Lt	0,00 Lt	50,00 Lt	60,00 Lt
32	M.Comercial	50,00 €	0,00 €	150,00 €	200,00 €

Ilustración 5

De igual forma si el margen del citado producto cambia a 0,99 €/litro, el valor del factor precio seguirá estando en el intervalo admitido y por tanto la cantidad a producir de esa variedad seguirá siendo la misma para alcanzar el optimo, pero evidentemente la ganancia diaria de la empresa aumentara tal se observa en la Ilustración 6.

	A	B	C	D	E
23	Variables de Decisión		Función Objetivo		
24	Planteamiento del Problema				
25	Planificación Diaria de la Producción				
26					
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total
28	Producción	100,00 Lt	0,00 Lt	250,00 Lt	350,00 Lt
29	Leche (Lt)	45,00 Lt	0,00 Lt	100,00 Lt	145,00 Lt
30	Azúcar (kg)	50,00 kg	0,00 kg	100,00 kg	150,00 kg
31	Crema (Lt)	10,00 Lt	0,00 Lt	50,00 Lt	60,00 Lt
32	M.Comercial	50,00 €	0,00 €	247,50 €	297,50 €

Ilustración 6

¿Y cual sería su respuesta si la ganancia por litro del helado de chocolate se reduce a 0.50 €? Cambia la solución óptima es necesario Reoptimizar...

Al estar ahora el precio fuera del intervalo de seguridad establecido, es evidente que en este caso, afectaría al óptimo y por tanto tendríamos que recalcular la función, ya no se garantiza que con la producción de 250 litros diarios de chocolate se alcance el óptimo de margen bruto. Por tanto esta decisión afecta al óptimo y será necesario recalcularlo (ver Ilustración 7).

	A	B	C	D	E
23	Variables de Decisión		Función Objetivo		
24	Planteamiento del Problema				
25	Planificación Diaria de la Producción				
26					
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total
28	Producción	0,00 Lt	375,00 Lt	0,00 Lt	375,00 Lt
29	Leche (Lt)	0,00 Lt	187,50 Lt	0,00 Lt	187,50 Lt
30	Azúcar (kg)	0,00 kg	150,00 kg	0,00 kg	150,00 kg
31	Crema (Lt)	0,00 Lt	56,25 Lt	0,00 Lt	56,25 Lt
32	M.Comercial	0,00 €	187,50 €	0,00 €	187,50 €

Ilustración 7

Por un error de coordinación se han producido 10 Litros de Helado de Fruta. ¿Cuál es el impacto de esta decisión sobre las ganancias totales de la empresa?

Trabajando con el coste reducido

Retomando el informe de sensibilidad (Ilustración 4) el **coste reducido** correspondiente a la producción de helado de fruta es -0.104166 €/li, si producimos 10 litros, implica que el efecto sobre el margen bruto es de - 1,041 €, es decir una caída de aproximadamente 1 €.

Para verificarlo hemos modificado el solver incluyendo una restricción nueva que es que la producción de Helado de Fruta sea igual a 10 litros tal por tanto para alcanzar el óptimo de la composición de la producción ha cambiado y por tanto el óptimo tal y como se muestra comparando la celda E32 de la Ilustración 3 y de la Ilustración 8, demostrando así que el margen bruto ha disminuido 1,041 € por los 10 litros de helado de fruta no previsto.

	A	B	C	D	E
23	Variables de Decisión		Función Objetivo		
24	Planteamiento del Problema				
25	Planificación Diaria de la Producción				
26					
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total
28	Producción	96,67 Lt	10,00 Lt	244,17 Lt	350,83 Lt
29	Leche (Lt)	43,50 Lt	5,00 Lt	97,67 Lt	146,17 Lt
30	Azúcar (kg)	48,33 kg	4,00 kg	97,67 kg	150,00 kg
31	Crema (Lt)	9,67 Lt	1,50 Lt	48,83 Lt	60,00 Lt
32	M.Comercial	48,33 €	5,00 €	183,13 €	236,46 €
33					
34	Restricciones				
35	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>				
36	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES				
37		Uso	Niveles de restricciones -		
38	Restricciones	Consumo	Disponibilidad	RHS (Right Hand Side)	
39	Leche (Lt)	146,17 Lt	<=	200,00 Lt	E29
40	Azúcar (kg)	150,00 kg	<=	150,00 Lt	E30
41	Crema (Lt)	60,00 Lt	<=	60,00 Lt	E31
42	H. de fruta	10,00 Lt	=	10,00 Lt	

Ilustración 8

Suponga que se detectan 3 Litros de Crema en mal estado que deben ser descartados. ¿En qué cambia la solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? Justificar

Trabajando con el Rango de Factibilidad y precio sombra

Tal y como se muestra del informe de sensibilidad correspondiente (Ilustración 4), el intervalo de confianza relacionado con la disponibilidad del insumo crema presenta los siguientes límites (60-30; 60+15) o lo que es lo mismos, [30;75], así una disminución en la cantidad del insumo de 3 litros implica el disponer de 57 y esta dentro del intervalo, por tanto esta pérdida si bien no cambia la solución óptima planteada.

Sin embargo si afecta al resultado, tomando el precio sombra de crema que es 2,91667 €/li nos indica el efecto que cada litro de este insumo repercute en el margen comercial bruta, y por tanto si la pérdida es de 3 litros estaremos perdiendo un total de margen comercial bruto de (3*2,91667) lo que coloca el margen bruto en este caso en 228.75 mientras que si no tuviéramos esa pérdida sería de 237.54

Otra forma de verlo es a través de la Ilustración 9.

	A	B	C	D	E
23	Variables de Decisión		Función Objetivo		
24	Planteamiento del Problema				
25	Planificación Diaria de la Producción				
26					
27		Crema	Fruta	Chocolate	Total
28	Producción	120,00 Lt	0,00 Lt	225,00 Lt	345,00 Lt
29	Leche (Lt)	54,00 Lt	0,00 Lt	90,00 Lt	144,00 Lt
30	Azúcar (kg)	60,00 kg	0,00 kg	90,00 kg	150,00 kg
31	Crema (Lt)	12,00 Lt	0,00 Lt	45,00 Lt	57,00 Lt
32	M.Comercial	60,00 €	0,00 €	168,75 €	228,75 €

Ilustración 9

Suponga que la empresa tiene la opción de comprar 50 Kilos adicionales de azúcar por un coste total de 20 ¿Qué le recomendaría al Gerente de la empresa? Justificar.

Tal y como se muestra del informe de sensibilidad correspondiente (Ilustración 4), el intervalo de confianza relacionado con el rango de Factibilidad del insumo Azúcar se sitúa en el rango (150-30;150+66) o lo que es lo mismo [120;216], por tanto $20 \text{ €}/50 \text{ Kg} = 0,40 \text{ €/kg}$ y el Precio Sombra del Azúcar es de 0,41667 por tanto interesa la comprar.

1.5 Resto de informes del Solver

1.5.1 Informe de Responder o Respuesta. Glosario de términos y conceptos asociados

	A	B	C	D	E	F	G
5	Motor de Solver						
6	Motor: Simplex LP						
7	Tiempo de la solución: 0,062 segundos.						
8	Iteraciones: 2 Subproblemas: 0						
9	Opciones de Solver						
10	Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0,000001, Usar escala automática						
11	Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado,						
12	Tolerancia de enteros 1%, Asumir no negativo						
13							
14	Celda objetivo (Máx.)						
15	Celda	Nombre	Valor original	Valor final			
16	\$E\$32	M.Comercial Total	0,00 €	237,50 €			
17							
18							
19	Celdas de variables						
20	Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero		
21	\$B\$28	Producción Crema	0,00 Lt	100,00 Lt	Continuar		
22	\$C\$28	Producción Fruta	0,00 Lt	0,00 Lt	Continuar		
23	\$D\$28	Producción Chocolate	0,00 Lt	250,00 Lt	Continuar		
24							
25							
26	Restricciones						
27	Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora	
28	\$B\$39	Leche (Lt) Uso Consumo	145,00 Lt	\$B\$39<=\$D\$39	No vinculante	55	
29	\$B\$40	Azúcar (kg) Uso Consumo	150,00 kg	\$B\$40<=\$D\$40	Vinculante	0	
30	\$B\$41	Crema (Lt) Uso Consumo	60,00 Lt	\$B\$41<=\$D\$41	Vinculante	0	
31							

Ilustración 10

1.5.1 Informe de Límite .Glosario de términos y conceptos asociados

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5										
6			Objetivo							
7		Celda	Nombre	Valor						
8		\$E\$32	M.Comercial Total	237,50 €						
9										
10										
11			Variable			Inferior Objetivo		Superior Objetivo		
12		Celda	Nombre	Valor		Límite	Resultado	Límite	Resultado	
13		\$B\$28	Producción Crema	100,00 Lt		0,00 Lt	187,50 Lt	100,00 Lt	237,50 Lt	
14		\$C\$28	Producción Fruta	0,00 Lt		0,00 Lt	237,50 Lt	0,00 Lt	237,50 Lt	
15		\$D\$28	Producción Chocolate	250,00 Lt		0,00 Lt	50,00 Lt	250,00 Lt	237,50 Lt	

Ilustración 11